

# Corrigé

Christophe ANCEY

## 1 Problème 1

### 1.1 Question (a)

$$P = \rho g(h - z)$$

### 1.2 Question (b)

$$\cos \theta = z/a \text{ et } dz = -a \sin \theta d\theta$$

$$d^2S = a^2 \sin \theta d\theta d\varphi \implies dS = 2\pi a^2 \sin \theta d\theta \text{ (intégration selon } \varphi)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_r$$

Par symétrie, seul le projeté de  $\mathbf{n}$  sur  $z$  compte.

### 1.3 Question (c)

$$\mathbf{F} = \int_S -p \mathbf{n} d^2S$$

projection sur  $z$  + integration selon  $\varphi$

$$F_z = \int_S -p \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_z dS$$

$$F_z = -2\rho g \pi a^2 \int_{\theta=0}^{\pi/2} (h - z) \cos \theta \sin \theta d\theta$$

$$F_z = 2\rho g \pi a \int_a^0 (h - z) \frac{z}{a} dz$$

$$F_z = 2\rho g \pi \int_a^0 (h - z) z dz$$

$$F_z = 2\rho g \pi \left( \frac{a^3}{3} - \frac{a^2}{2} h \right)$$

## 2 Problème 2

### 2.1 Question (a)

$$h_n = (Q/B/K/\sqrt{i})^{3/5}, \text{ puis}$$

$$\bar{u} = Q/B/h_n, \text{ soit } \bar{u} = 61.3 \text{ cm/s.}$$

### 2.2 Question (b)

On a  $h_n/B_c = 0,16$  donc c'est correct.

### 2.3 Question (c)

$$1 - \cos \delta = 2 \times 0,8, \text{ donc } \delta = 2,21 \text{ rad.}$$

$$\text{D'où } R_{min} = (Q/K/\sqrt{i} * (2\delta)^{2/3} / (\delta - \sin \delta \cos \delta)^{5/3})^{3/8}$$

$$\text{D'où } R_{min} = 25,1 \text{ cm}$$

### 2.4 Question (d)

Pour éviter la mise en charge de la conduite, les conduites en béton ne résistent pas à une pression hydrostatique trop importante

## 2.5 Question (e)

$$u_{sed} = \sqrt{8/3(\rho_p/\rho_f - 1)gd_m/2/cd} = 12,5 \text{ cm/s}$$

## 2.6 Question (f)

$$T_{sed} = H_b/u_{sed} = 39,9 \text{ s.}$$

## 2.7 Question (g)

Nombre de Reynolds particulaire  $Re_p = u_{sed}d_m/\nu \approx 100.22$

D'après Figure 6, on a bien  $C_d \sim 1$ .

## 2.8 Question (h)

$$u_{susp} = \frac{m'g}{6\pi\mu a} = \frac{2}{9}(\rho_p - \rho_f)\frac{a^2g}{\mu} = 5,45 \times 10^{-7} \text{ m/s.}$$

$Re_p = u_{susp}d_m/\nu \approx 0,14 \Rightarrow$  Laminaire

pas de sédimentation

# 3 Problème 3

## 3.1 Question (a)

$$\mathbf{F} = \int_S -p \mathbf{n} dS$$

$$\mathbf{F} = -W_b \rho g \int_S (H_b - y) \begin{pmatrix} -\cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} dl$$

avec  $dl = dy/\cos\theta$

$$\mathbf{F} = -W_b \rho g \int_S (H_b - y) \left( \begin{array}{c} -1 \\ 1/\tan \theta \end{array} \right) dy$$

$$\mathbf{F} = W_b \rho g \left( \begin{array}{c} 1 \\ -1/\tan \theta \end{array} \right) \int_0^p (H_b - y) dy$$

$$\mathbf{F} = W_b \rho g \left( \begin{array}{c} 1 \\ -1/\tan \theta \end{array} \right) \left( H_b p - \frac{p^2}{2} \right)$$

### 3.2 Question (b)

$$\mathbf{F} = (599329, -346023) \text{ N.}$$

### 3.3 Question (c)

4 paramètres à deux unités :  $q$ ,  $u_s$ ,  $\delta h$ , et  $g$ . Donc on peut former 2 nombres sans dimension

$$\frac{q}{\sqrt{g} \delta h^{3/2}} = F(Fr)$$

$$\text{avec } Fr = u_s / \sqrt{g \delta h}.$$

### 3.4 Question (d)

Charge au niveau du seuil

$$H_s = \delta h + p + \frac{q^2}{2g\delta h^2}$$

charge à l'amont

$$H = H_b$$

Donc

$$h_c + p + \frac{q^2}{2gh_c^2} = H_b$$

avec  $\delta h = h_c = (q/g)^{1/3}$

$$\frac{q^2}{2g\delta h^2} = \frac{3q^{2/3}}{2g^{1/3}} = H_b - p$$

D'où

$$q = \sqrt{g} \left( \frac{2}{3} (H_b - p) \right)^{3/2}.$$

### 3.5 Question (e)

$$\frac{q}{\sqrt{g}\delta h^{3/2}} = \left( \frac{2}{3} \frac{h_c + \bar{u}^2/(2g)}{h_c} \right)^{3/2}.$$

$$\frac{q}{\sqrt{g}\delta h^{3/2}} = \left( \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{1}{2} Fr^2 \right) \right)^{3/2}.$$

### 3.6 Question (f)

$Q = W_b q$ , donc  $Q = 5,53 \text{ m}^3/\text{s}$ , qui est très supérieur au débit de projet. Le décanteur ne peut pas se remplir.

## 4 Problème 4

### 4.1 Question (a)

$$F_z = -1,15 \text{ MPa}$$

### 4.2 Question (b)

Torricelli

$$Q = \pi d_s^2 / 4 \sqrt{2g(H_b - R)} = 870 \text{ l/s}$$

## 5 Problème 5

### 5.1 Question (a)

$$Q = \pi d_e^2 / 4 \sqrt{2g\Delta H} = 3,93 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{max} = \rho g \Delta H = 490,5 \text{ kPa}$$

### 5.2 Question (b)

$$K = 23,2 / 0,1^{1/6} = 34 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$$

$$\sin i = \Delta H / L = 0,1 \text{ donc } i = 0,1$$

$$h_n = 9,15 \text{ cm et } h_c = 15,97 \text{ cm}$$

régime torrentiel

### 5.3 Question (c)

Le volume est de  $1000 \text{ m}^3$ . Il se remplit en  $10^4 \text{ s}$  or en 6 h, il y a 21600 s. Donc le bassin de compensation doit déborder

### 5.4 Question (d)

il est un peu sous-dimensionné

### 5.5 Question (e)

$$h_n = 6,31 \text{ cm}$$

$$h_c = 1,36 \text{ cm}$$

régime fluvial

### 5.6 Question (f)

Un ressaut se produit près du seuil car la ligne d'eau doit augmenter...